

# XIII Congreso de Confiabilidad

Zaragoza, 23, 24 y 25 de noviembre de 2011





# PONENCIA 24

## Construcción de un modelo de tiempo de fallo y reparación a partir de un conjunto de datos observados

**Rafael Pérez Ocón**

*Catedrático de Estadística e Investigación Operativa*

*Universidad de Granada*

*E-mail: [rperezo@ugr.es](mailto:rperezo@ugr.es)*

**María del Carmen Segovia García**

*Becaria de investigación*

*Université Libre de Bruxelles*

# INDICE

- Los datos.
- Ciclo: tiempo operativo + tiempo reparación.
- Ajuste de distribuciones a los ciclos.
  - Distintas distribuciones.
  - Tasas de fallo.
- Estudio detallado de ciclos sucesivos.
  - Nuevos ajustes.
- El proceso de reemplazamiento.

# LOS DATOS

- Se tienen datos de un total de 926 dispositivos.
- De cada uno se observan sucesivos tiempos operativos y de reparación.
- El seguimiento es aproximadamente de dos años.
- El conjunto total de datos es de 20.661.
- Hay mucha variación entre los dispositivos en cuanto al número de fallos.
- Datos facilitados por IBERDROLA Ingeniería de Explotación.



# SELECCIÓN DE LOS DATOS

- Los dispositivos se consideran idénticos.
- Los tiempos de reparación son muy pequeños comparados con los tiempos operativos.
  - Esto justifica la introducción de los ciclos.
- Se observan los 5 primeros ciclos en cada dispositivo.
  - Por razones de tiempo para efectuar los cálculos.
- Se eligen 47 dispositivos del total.
  - Por razones de tiempo.

# EJEMPLO

- Sucesivos tiempos operativos-reparación de la componente 1 (en días):

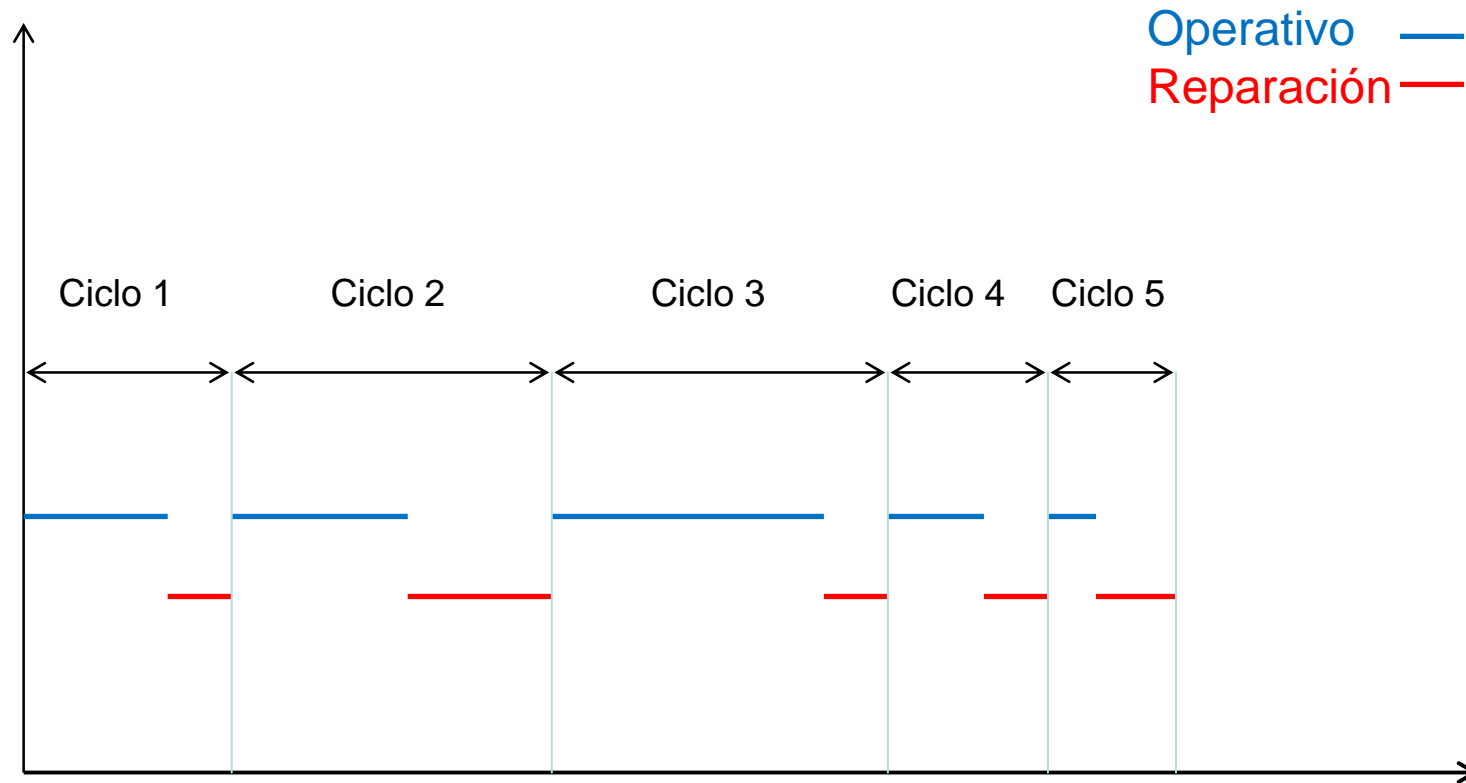
C1	77,83	0,1007
C1	89,15	0,0868
C1	82,67	0,0938
C1	40,92	0,1319
C1	73,11	0,0417
C1	102,93	0,0486
C1	70,07	0,7500
C1	149,47	2,4583

# LOS CICLOS

- Un dispositivo está operativo y cuando falla va a reparación.
- Una vez que es reparado, continúa operativo.
- Se conocen los tiempos de fallo y de reparación de cada dispositivo.
- Un tiempo operativo más el siguiente tiempo de reparación constituye un *ciclo*.
- La reparación podría considerarse instantánea.



# GRÁFICO DE LOS CICLOS







# TIEMPOS MEDIOS DE LOS CICLOS

- Los tiempos vienen dados en días

Ciclo 1	Ciclo 2	Ciclo 3	Ciclo 4	Ciclo 5
122.1993	130.5913	142.6571	109.8012	81.3570

- Los ciclos no son idénticos.



# METODOLOGÍA

- Se realizan los siguientes estudios:
  - Se construye un modelo probabilístico para cada ciclo.
  - Se observa la evolución de los ciclos.
  - Se construye un modelo para la renovación de los dispositivos.
- Se aplica una metodología matricial para analizar la evolución de los tiempos de fallo y reparación en fiabilidad.

# OPERACIONES

- Para cada ciclo se realizan las siguientes operaciones:
  - Se ajustan distribuciones tipo-fase a los ciclos.
  - Se mide la bondad del ajuste.
  - Se calculan la media y la varianza ajustadas.
  - Se comparan con las correspondientes empíricas.
  - Se calcula la razón de fallo.

# NOTAS

- Todas las distribuciones ajustadas son de orden 2.
- El ajuste es aceptable a un nivel de significación del 5% en todos los casos.
- En el caso de los ciclos, es aceptable también el ajuste de distribuciones Weibull.
  - Presentan el inconveniente de que no son versátiles con respecto a las operaciones de fiabilidad.

# CICLO 1

- Distribución tipo-fase ajustada

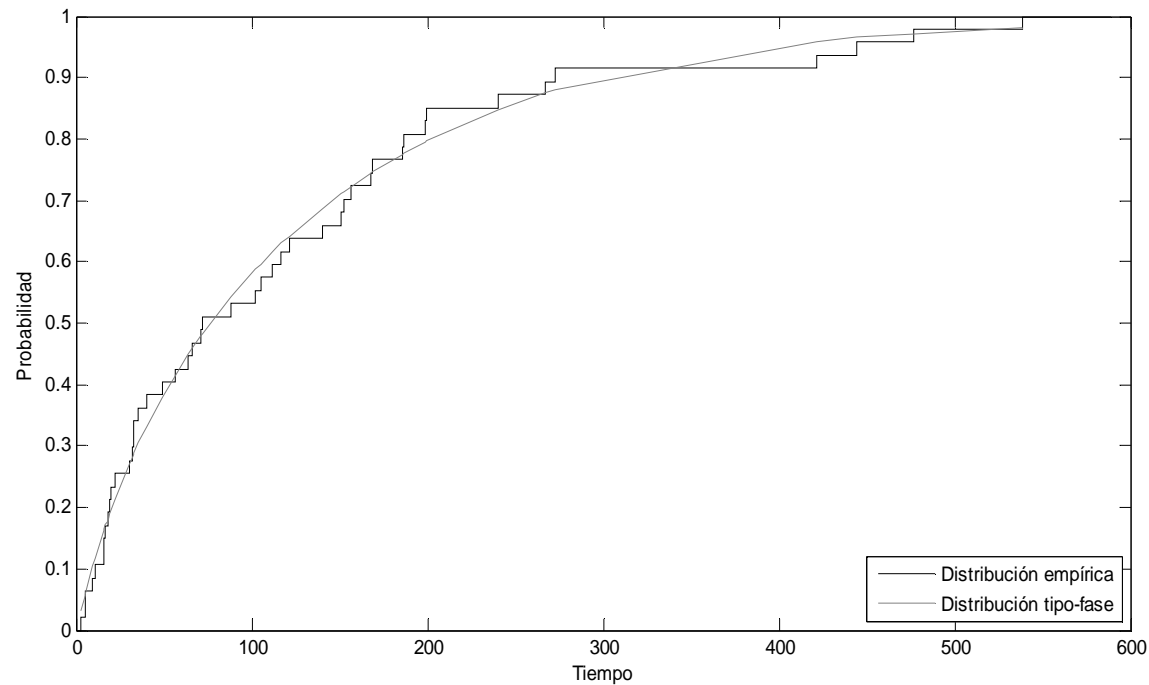
$$\alpha_1 = (0.1144, 0.8855), \quad T_1 = \begin{pmatrix} -0.0195 & 0.0176 \\ 0.0146 & -0.0280 \end{pmatrix}$$

Media = 122'4975 días

Varianza = 18309'3033 días<sup>2</sup>

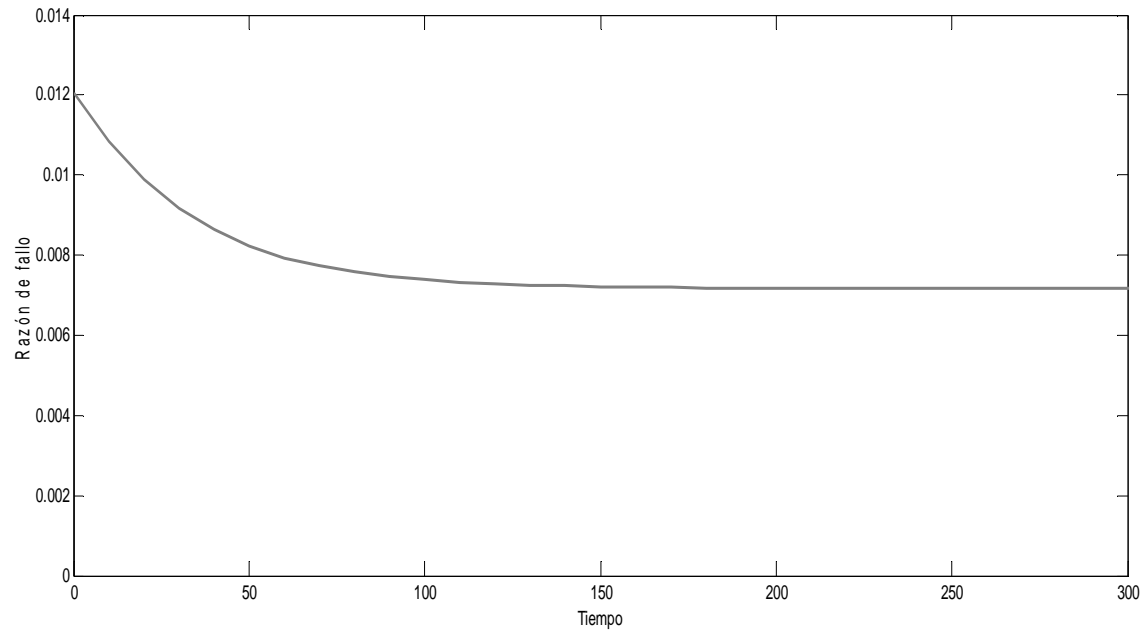
# CICLO 1

- Distribuciones empírica y tipo-fase



# CICLO 1

- Tasa de fallo



# CICLO 2

- Distribución tipo-fase ajustada

$$\alpha_2 = (0.0695, 0.9305), \quad T_2 = \begin{pmatrix} -0.0144 & 0.0136 \\ 0.0212 & -0.0405 \end{pmatrix}$$

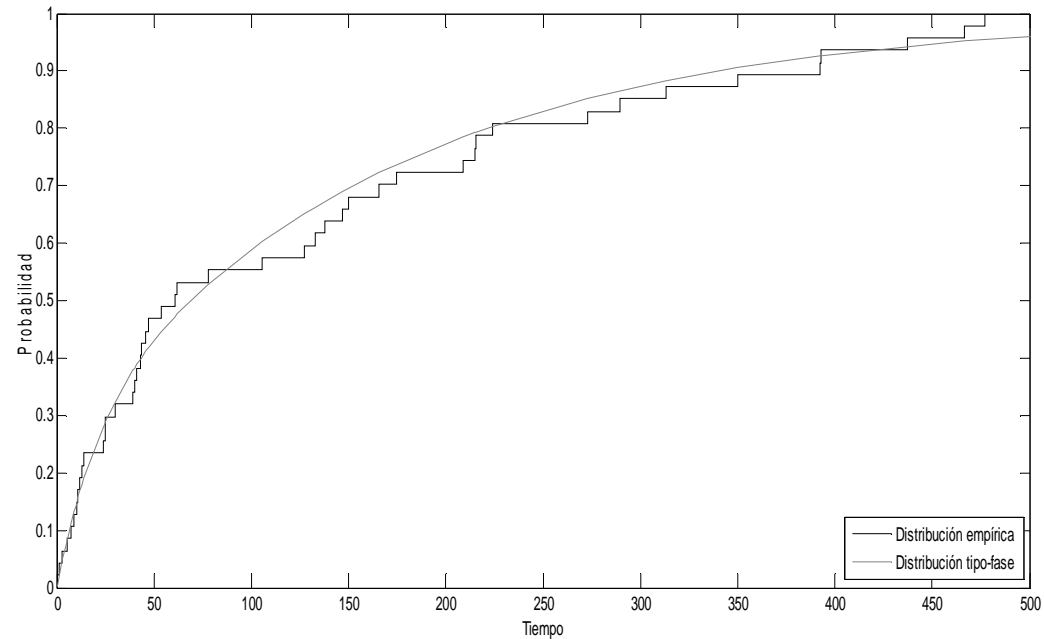
Media = 130'5913 días

Varianza = 19720'5696 días<sup>2</sup>



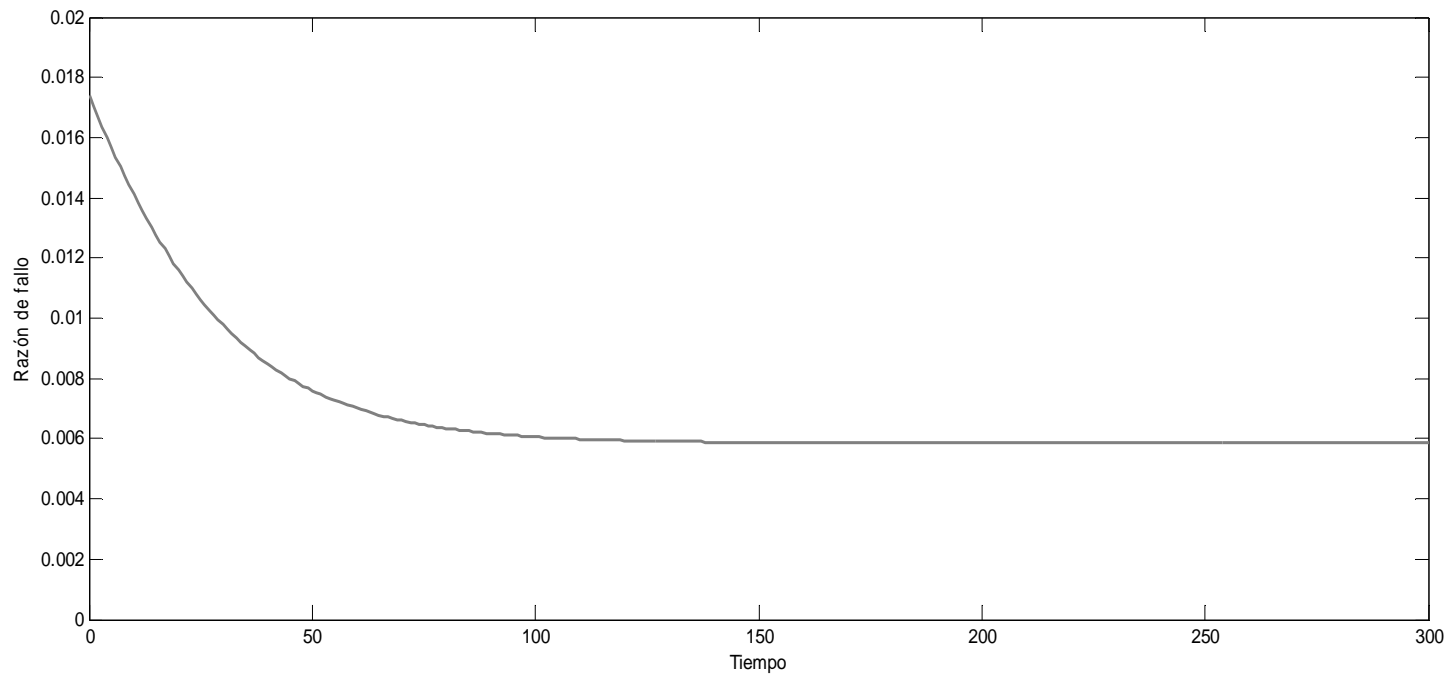
# CICLO 2

- Distribuciones empírica y tipo-fase



# CICLO 2

- Tasa de fallo



# CICLO 3

- Distribución tipo-fase ajustada

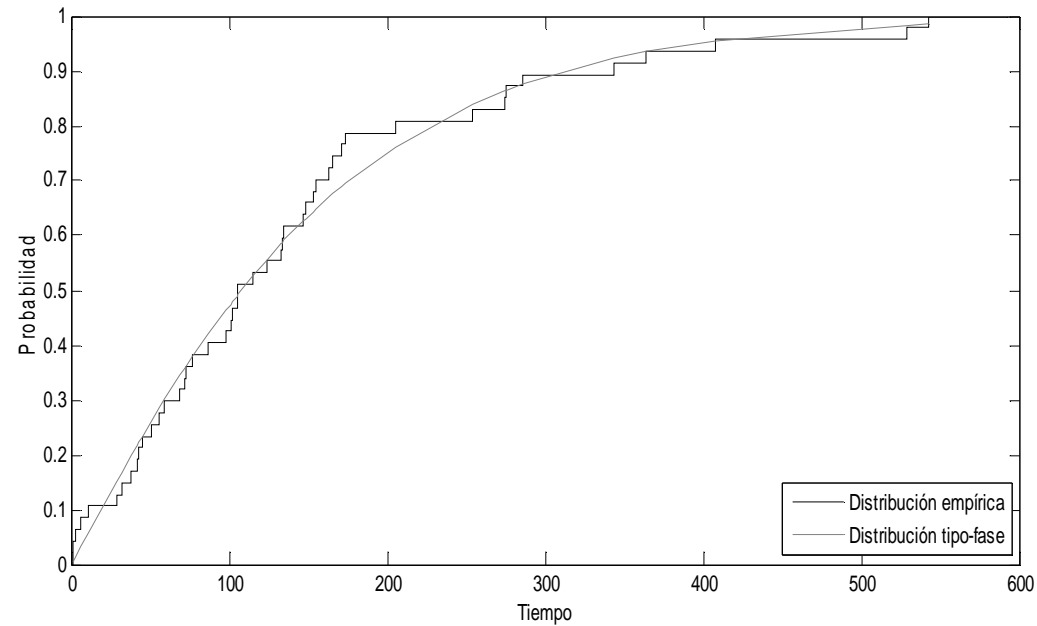
$$\alpha_3 = (0.5368, 0.4632), \quad T_3 = \begin{pmatrix} -0.0124 & 0.0113 \\ 0.0008 & -0.0109 \end{pmatrix}$$

Media = 143'6589 días

Varianza = 16450'3434 días<sup>2</sup>

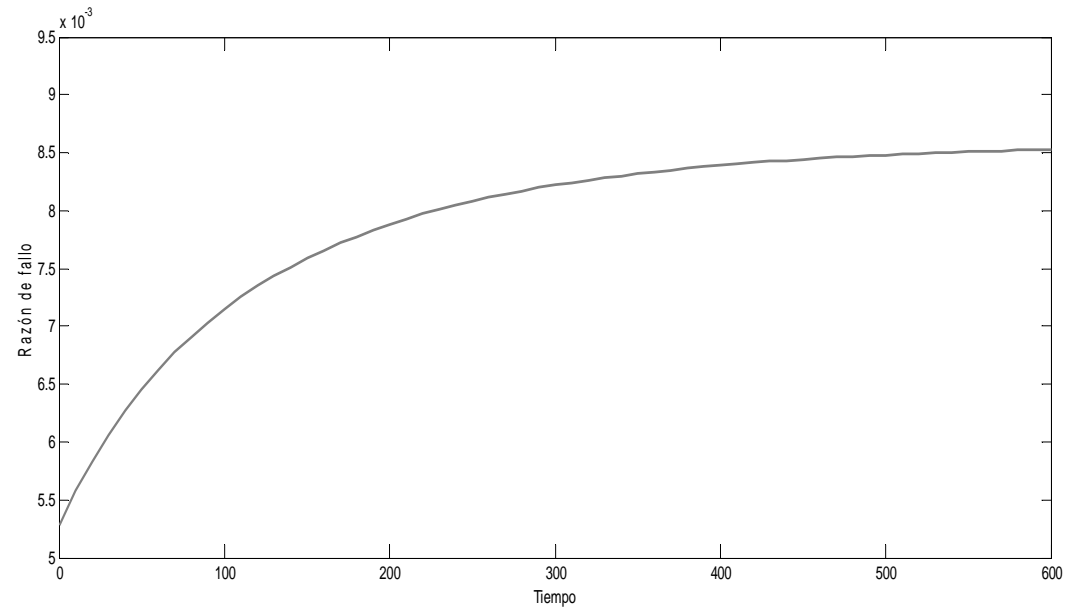
# CICLO 3

- Distribuciones empírica y tipo-fase



# CICLO 3

- Tasa de fallo



# CICLO 4

- Distribución tipo-fase ajustada

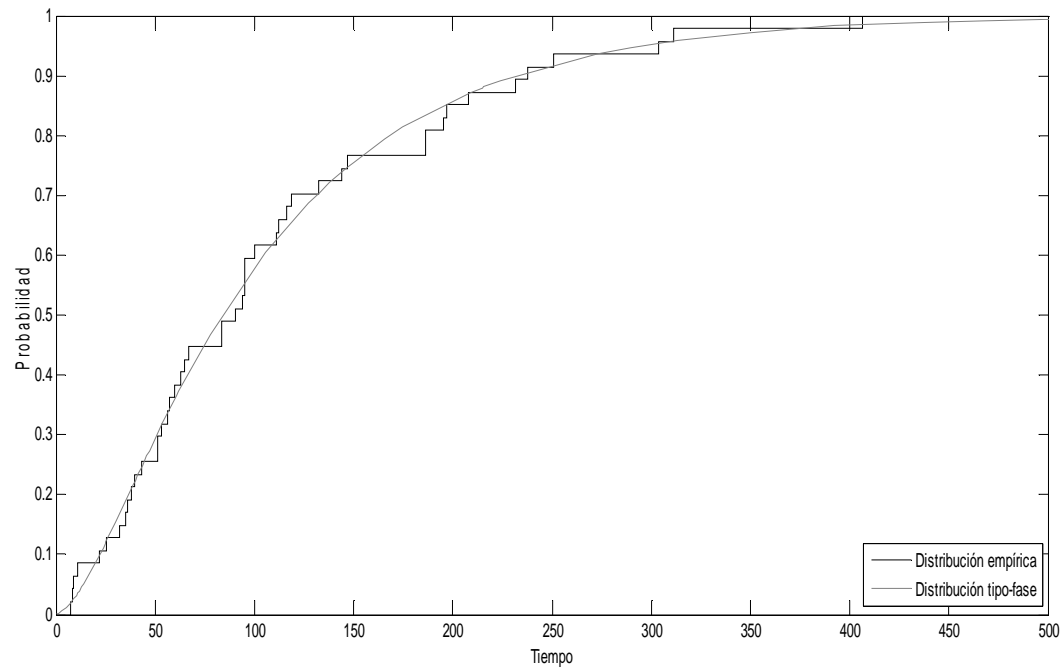
$$\alpha_4 = (0.9024, 0.0975), \quad T_4 = \begin{pmatrix} -0.0464 & 0.0439 \\ 0.0019 & -0.0134 \end{pmatrix}$$

Media = 109'7978 días

Varianza = 8784'7047 días<sup>2</sup>

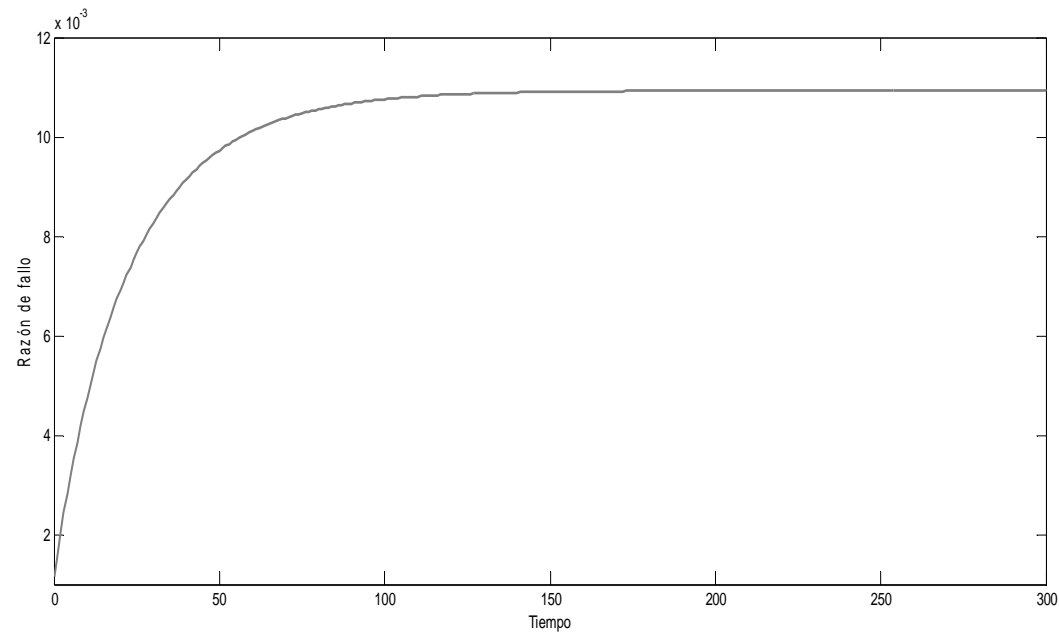
# CICLO 4

- Distribuciones empírica y tipo-fase



# CICLO 4

- Tasa de fallo





# CICLO 5

- Distribución tipo-fase ajustada

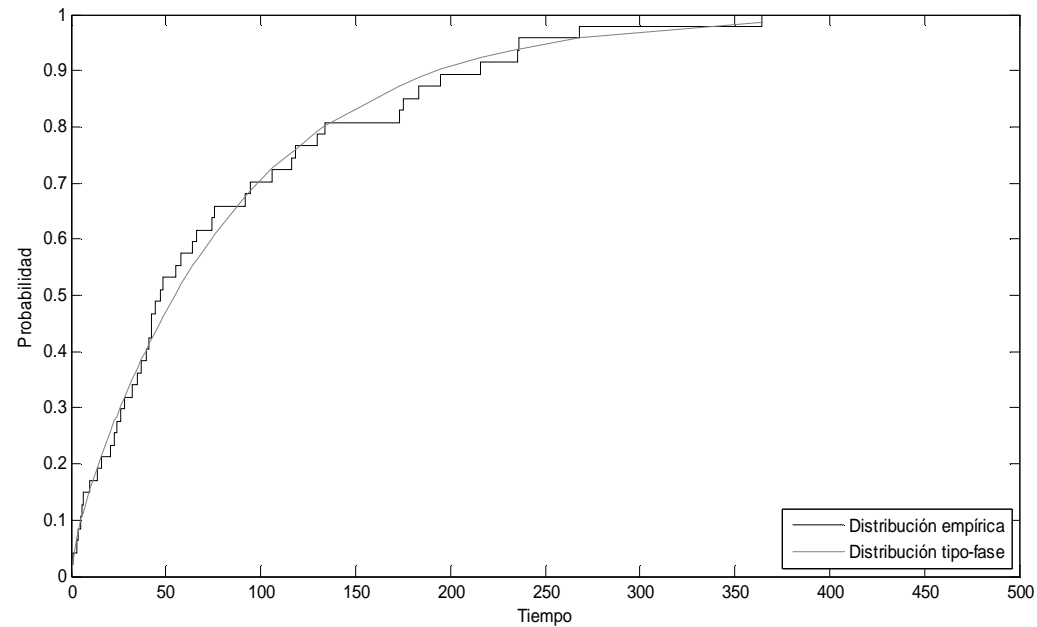
$$\alpha_5 = (0.0467, 0.9533), \quad T_5 = \begin{pmatrix} -0.1184 & 0.1175 \\ 0.1845 & -0.2147 \end{pmatrix}$$

Media = 81'3570 días

Varianza = 6966'4939 días<sup>2</sup>

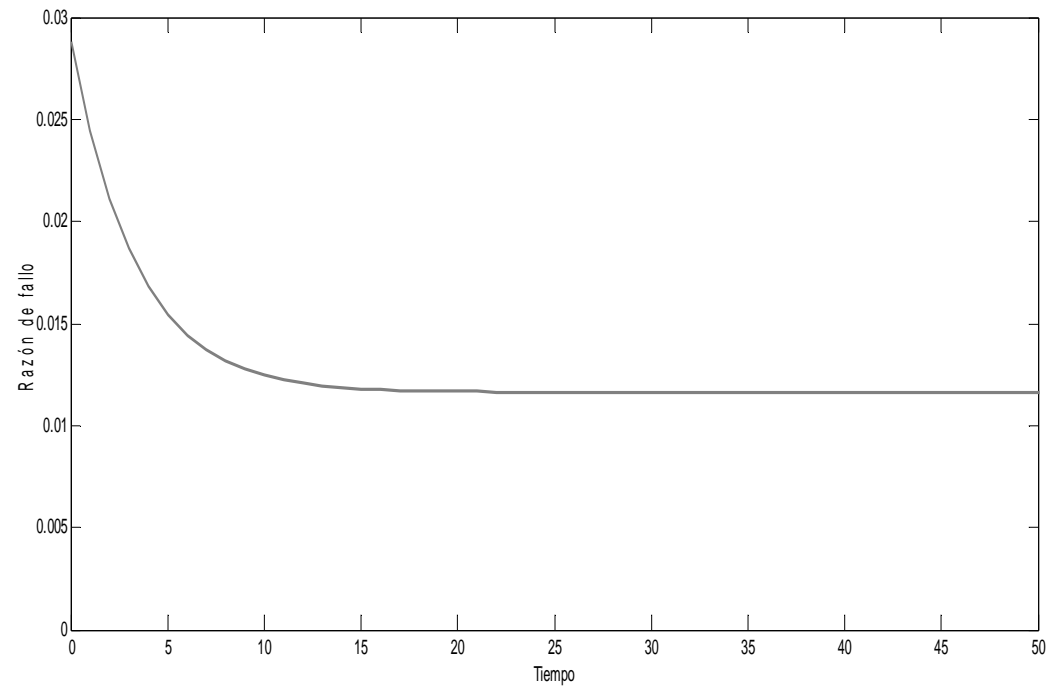
# CICLO 5

- Distribuciones empírica y tipo-fase



# CICLO 5

- Tasa de fallo



# ANÁLISIS DE LOS CICLOS

- Una vez efectuados los ajustes en cada ciclo, se hace un estudio de los cinco primeros ciclos.
  - Se advierte que hay diferencias significativas en los tiempos medios de los sucesivos ciclos.
  - Se advierten dos tiempos bien diferenciados:
    - Los tres primeros ciclos.
    - Los ciclos 4 y 5.
  - Se hacen ajustes a estos dos nuevos tiempos.

# VALORES MEDIOS

- La media empírica y ajustada para cada ciclo:

	<b>Ciclo 1</b>	<b>Ciclo 2</b>	<b>Ciclo 3</b>	<b>Ciclo 4</b>	<b>Ciclo 5</b>
Media empírica	122.1993	130.5913	142.6571	109.8012	81.3570
Media ajustada	122.4975	130.5892	142.6589	109.7978	81.3604

- Los tres primeros ciclos tienen media creciente.
- En los ciclos 4 y 5 la media decrece.

# COMENTARIOS

- Las dos primeras reparaciones mejoran el tiempo medio de fallo.
- Las dos reparaciones siguientes empeoran el tiempo medio de fallo.
- Esto permite iniciar un estudio sobre la eficacia de la reparación.
- También puede establecerse una política de sustitución de los dispositivos según la duración media del tiempo de fallo.



# EVOLUCIÓN DE LOS CICLOS

- Suponemos que si la media del ciclo es de menos de 100 días se cambia el dispositivo por otro nuevo e idéntico.
- Ahora estudiamos cuántos dispositivos tendríamos que cambiar con el paso del tiempo.
- Vamos a considerar ciclos medios ponderados.
- Introducimos las mezclas y la suma de distribuciones PH.

# PERÍODOS

- Período 1: Tiempo medio ponderado de los tres primeros ciclos. Se denota  $X_1$ .
- Período 2: Tiempo medio ponderado de los ciclos 4 y 5. Se denota  $X_2$ .
- Construimos un proceso de renovación teniendo en cuenta estos dos tiempos.
  - El primero representa un ciclo ponderado de la etapa de crecimiento de la media del tiempo operativo.
  - El segundo un ciclo ponderado de la etapa de decrecimiento de la media del tiempo operativo.



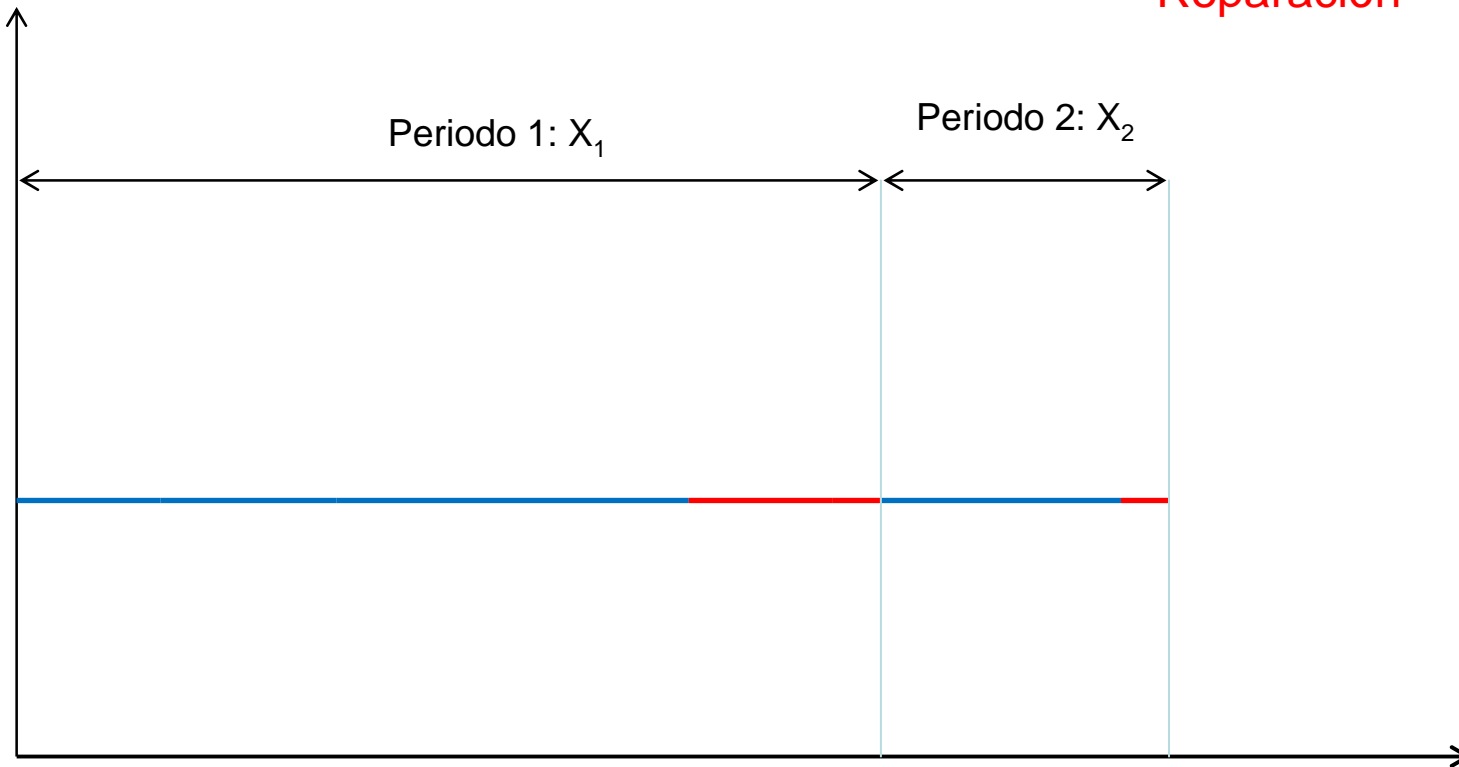


# JUSTIFICACIÓN

- Con el fin de encontrar una distribución “ponderada” de los tiempos de fallo se usa la mezcla de distribuciones.
- A partir de estos se construye el proceso de renovación.
- También habría podido construirse un proceso de renovación alternado.

# GRÁFICO

Operativo —  
Reparación —



# MEZCLAS

- Se consideran las siguientes mezclas:
  - Mezcla de los tiempos de fallo de los tres primeros ciclos:
    - $X_1 \rightarrow PH(\alpha^1, T^1)$ .
  - Mezcla de los tiempos de fallo de los ciclos 4 y 5:
    - $X_2 \rightarrow PH(\alpha^2, T^2)$ .
- Se tiene así un tiempo de fallo representativo de cada ciclo.



# PERÍODO : CICLOS 1,2,3

- Distribución tipo-fase ajustada

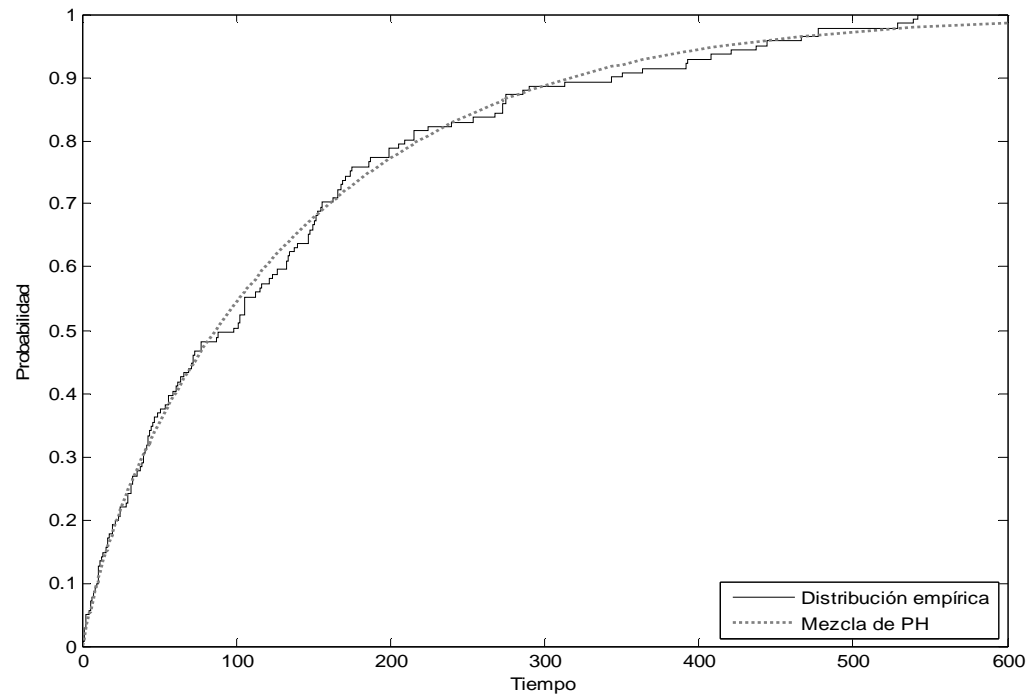
$$\alpha^1 = (0.5183, 0.0561, 0.0199, 0.4057)$$

$$T^1 = \begin{pmatrix} T_1 & & \\ & T_2 & \\ & & T_3 \end{pmatrix}$$

- La media es de 132.4359 días.

# PERÍODO 1

- Distribuciones empírica y tipo-fase para  $X_1$ .





# PERIODO 2: CICLOS 4, 5

- Distribución tipo-fase ajustada

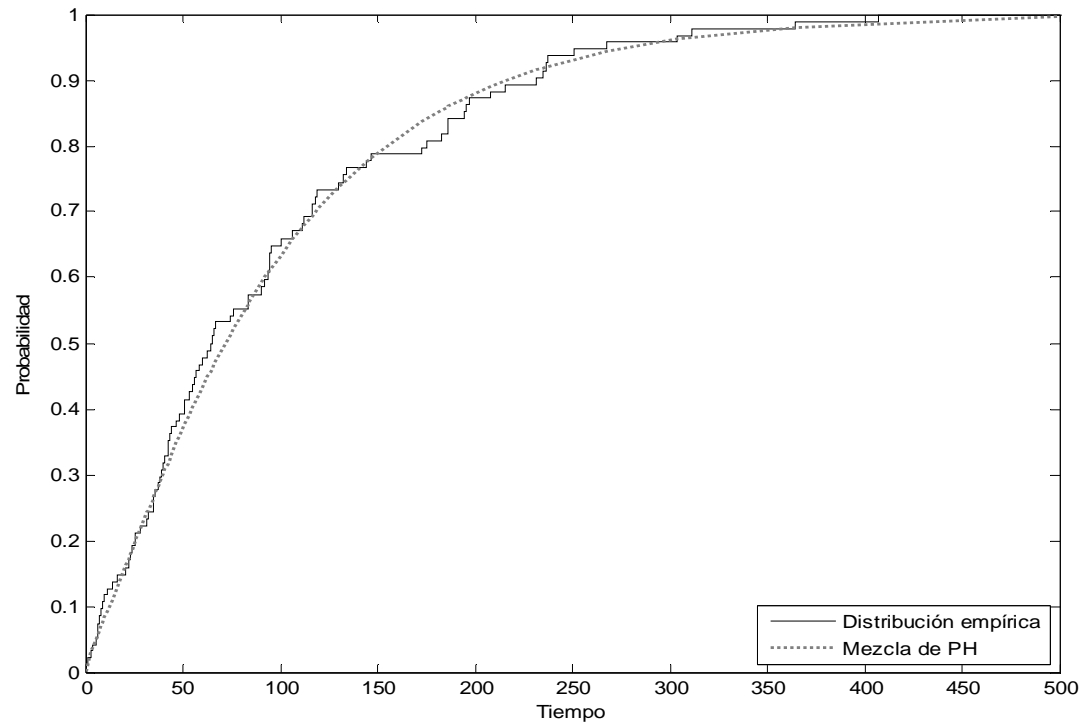
$$\alpha^2 = (0.5183, 0.0561, 0.0199, 0.4057)$$

$$T^2 = \begin{pmatrix} T_4 & \\ & T_5 \end{pmatrix}$$

- La media es de 97.6948 días.

# PERÍODO 2

- Distribuciones empírica y tipo-fase para  $X_2$ .



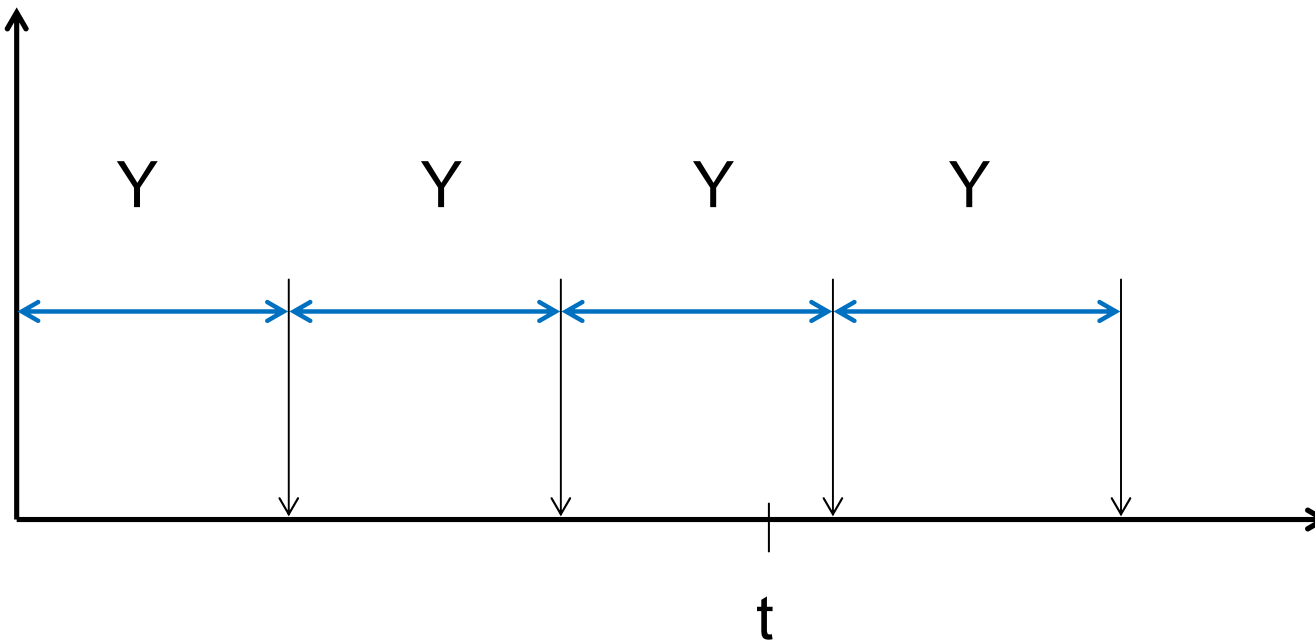
# RENOVACIONES

- Se supone un reemplazamiento o renovación de los dispositivos al completarse el tiempo  $Y = X_1 + X_2$ .
- Se tiene así un nuevo tiempo aleatorio: el tiempo de reemplazamiento o renovación.
- Este es la suma de los dos tiempos anteriores.
- Se construye el proceso de renovación y se calcula el número de renovaciones en un tiempo dado.



# DIAGRAMA

- El tiempo de renovación es  $Y = X_1 + X_2$ .





# TIEMPO DE RENOVACIÓN

- La v.a.  $Y$  tiene distribución  $PH(\gamma, L)$ .
- Es de orden 10.
- El valor medio del período de renovación es de 230.1298 días
- La varianza es 28589.8453 días<sup>2</sup> .



# PROBABILIDADES

- Probabilidades de renovación
- $P(n,t) = \{n \text{ renovaciones en el intervalo } (0,t]\}$
- Estas funciones satisfacen un conjunto de ecuaciones diferenciales matriciales.
- Se resuelven utilizando la transformación de Laplace.
- La probabilidad de  $n$  renovaciones en el tiempo  $t$ , teniendo en cuenta las condiciones iniciales es  $\gamma P(n,t)e$

# TABLA

	t = 0	t = 50	t = 100	t = 500	t = 1000	t = 1500
$\gamma P(0,t)e$	1	0.9226	0.7731	0.0732	0.0026	0.0001
$\gamma P(1,t)e$	0	0.0761	0.2128	0.2933	0.0280	0.0016
$\gamma P(2,t)e$	0	0.0014	0.0137	0.3522	0.1106	0.0117
$\gamma P(3,t)e$	0	*	0.0004	0.1994	0.2194	0.0455

El símbolo \* indica que el valor es menor que 0.0001

# COMENTARIOS

- Cada renovación se hace considerando dos ciclos consecutivos.
- La probabilidad de  $n = 0$  renovaciones disminuye con el paso del tiempo, y es muy pequeña para  $t = 1000$ .
- Solo el 7.32% de los dispositivos no es renovado a los 500 días de funcionamiento.
- A partir de  $t = 1000$  la probabilidad de alguna renovación es grande.
- En los primeros 500 días el 91.81% de los dispositivos ha sufrido tres renovaciones o menos.
- En los primeros 1000 días aproximadamente el 64% de los dispositivos ha sufrido más de tres renovaciones.
- En los primeros 1500 días aproximadamente el 6% de los dispositivos ha sufrido más de tres renovaciones.



# GRÁFICA DE $\gamma P(0,t)e$

