

研究简报

二阶加滞后连续模型的直接辨识

王修中 岳红 高东杰

(中国科学院自动化研究所综合自动化技术工程中心 北京 100080)

关键词 二阶加滞后模型, 阶跃响应, 参数辨识, 最小二乘估计.

DIRECT IDENTIFICATION OF CONTINUOUS SECOND-ORDER PLUS DEAD-TIME MODEL

WANG Xiu-Zhong YUE Hong GAO Dong-Jie

(ERC of Integrated Automation, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Key words Second-order plus dead-time model, step response, parameter identification, least square estimation.

1 引言

本文提出了一种新的基于阶跃响应数据直接辨识二阶连续模型参数的算法, 对文献[1]中的算法进行了推广, 适用于解决实际工业系统辨识问题.

2 直接法阶跃响应辨识

考虑有滞后环节的过阻尼二阶对象

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-\theta s} \quad (1)$$

阶跃输入幅度为 α 时, 阶跃响应为

$$y(t) = \alpha K \left[1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t-\theta}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t-\theta}{T_2}} \right], \quad t \geq \theta \quad (2)$$

令 $T_1 = \beta T_2$, 加入白噪声 $\omega(t)$, 则

$$y(t) = \alpha K \left[1 - \frac{\beta}{\beta - 1} e^{-\frac{t-\theta}{\beta T_2}} + \frac{1}{\beta - 1} e^{-\frac{t-\theta}{T_2}} \right] + \omega(t), \quad t \geq \theta \quad (3)$$

由于 $0 \leq t < \theta$ 时, $y(t) = \omega(t)$, 从而

$$\int_0^\tau y(t) dt = \int_0^\tau \omega(t) dt + \int_\theta^\tau \alpha K \left[1 - \frac{\beta}{\beta - 1} e^{-\frac{t-\theta}{\beta T_2}} + \frac{1}{\beta - 1} e^{-\frac{t-\theta}{T_2}} \right] dt = \alpha K (\tau - \theta) +$$

$$\frac{\alpha K T_2}{\beta - 1} \left[\beta^2 e^{-\frac{\tau-\theta}{\beta T_2}} - e^{-\frac{\tau-\theta}{T_2}} - \beta^2 + 1 \right] + \int_0^\tau \omega(t) dt, \quad \tau \geq \theta, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\tau y(t) dt &= \int_0^\tau y(t) dt + \int_0^\theta t \omega(t) dt = \\ &= \frac{1}{2} \alpha K (\tau^2 - \theta^2) + \frac{\alpha K T_2 \tau}{\beta - 1} \left[\beta^2 e^{-\frac{\tau-\theta}{\beta T_2}} - e^{-\frac{\tau-\theta}{T_2}} \right] + \frac{\alpha K T_2^2}{\beta - 1} \left[\beta^3 e^{-\frac{\tau-\theta}{\beta T_2}} - e^{-\frac{\tau-\theta}{T_2}} \right] - \\ &= \alpha K [(\beta + 1) T_2 \theta + (\beta^2 + \beta + 1) T_2^2] + \int_0^\tau t \omega(t) dt, \quad \tau \geq \theta. \end{aligned} \quad (5)$$

利用(4), (5)式可得

$$\begin{aligned} \int_0^\tau y(t) dt &= \frac{1}{2} \alpha K (\tau^2 - \theta^2) + \tau \left[\int_0^\tau y(t) dt - \alpha K (\tau - \theta) + \alpha K T_2 (\beta + 1) - \int_0^\tau \omega(t) dt \right] + \\ &= T_2 (\beta + 1) \left[\int_0^\tau y(t) dt - \alpha K (\tau - \theta) + \alpha K T_2 (\beta + 1) - \int_0^\tau \omega(t) dt \right] + \\ &= T_2^2 \beta [y(\tau) - \alpha K - \omega(\tau)] - \alpha K [(\beta + 1) T_2 \theta + (\beta^2 + \beta + 1) T_2^2] + \int_0^\tau t \omega(t) dt, \quad \tau \geq \theta \end{aligned} \quad (6)$$

令 $A(\tau) = \int_0^\tau y(t) dt$, $B(\tau) = \int_0^\tau y(t) t dt$, $\Omega(\tau) = \int_0^\tau t \omega(t) dt - \tau \int_0^\tau \omega(t) dt - T_2 (\beta + 1) \int_0^\tau \omega(t) dt - T_2^2 \beta \omega(\tau)$, 则由(6)式可得

$$B(\tau) - \tau A(\tau) - \Omega(\tau) = \begin{bmatrix} y(\tau) & A(\tau) & -\frac{\alpha \tau^2}{2} & \alpha \tau & -\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2^2 \beta \\ T_2 (\beta + 1) \\ K \\ K \theta \\ K \theta^2 \end{bmatrix}, \quad \tau \geq \theta \quad (7)$$

将(1)式的过阻尼二阶对象换成更一般形式

$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} e^{-\theta s}, \quad \xi > 1, \quad (8)$$

其中 $T^2 = T_2^2 \beta$, $2\xi T = T_2 (\beta + 1)$, 则有

$$B(\tau) - \tau A(\tau) - \Omega(\tau) = \begin{bmatrix} y(\tau) & A(\tau) & -\frac{1}{2} \alpha \tau^2 & \alpha \tau & -\frac{1}{2} \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^2 \\ 2\xi T \\ K \\ K \theta \\ K \theta^2 \end{bmatrix}, \quad \tau \geq \theta. \quad (9)$$

容易证明, (9)式对欠阻尼($\xi < 1$)和临界阻尼($\xi = 1$)的二阶加滞后对象也成立. 据(9)式可对模型参数进行最小二乘运算. 对采样点 $\tau = mT_s, (m+1)T_s, \dots, (m+L-1)T_s$, T_s 为采样间隔, $mT_s \geq \theta$ (9)式构成线性方程组

$$\Psi \Theta = \Gamma + \Delta, \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \Theta &= [T^2 \quad 2\xi T \quad K \quad K \theta \quad K \theta^2]^T, \\ \Psi &= \begin{bmatrix} y(mT_s) & A(mT_s) & -\frac{1}{2} \alpha (mT_s)^2 & \alpha mT_s & -\frac{\alpha}{2} \\ y((m+1)T_s) & A((m+1)T_s) & -\frac{1}{2} \alpha ((m+1)T_s)^2 & \alpha (m+1)T_s & -\frac{\alpha}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y((m+L-1)T_s) & A((m+L-1)T_s) & -\frac{1}{2} \alpha ((m+L-1)T_s)^2 & \alpha (m+L-1)T_s & -\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} B(mT_s) - mT_s A(mT_s) \\ B((m+1)T_s) - (m+1)T_s A((m+1)T_s) \\ \vdots \\ B((m+L-1)T_s) - (m+L-1)T_s A((m+L-1)T_s) \end{bmatrix}^T, \quad \Delta = \begin{bmatrix} -\Omega(mT_s) \\ -\Omega((m+1)T_s) \\ \vdots \\ -\Omega((m+L-1)T_s) \end{bmatrix}.$$

由(10)式可得参数 Θ 的最小二乘估计为

$$\hat{\Theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \Gamma. \quad (11)$$

由(11)式所得的估计值 $\hat{\Theta}$ 是有偏的, 因为 $\Omega(kT)$ 是零均值相关噪声, Δ 与 Ψ 相关. 解决办法是采用辅助变量最小二乘方法^[2,3]. 需要指出的是, 在测量噪声和扰动不大的情况下, (11)式所得有偏估计值的误差也很小, 很多情况下能满足实际需要. 这种抗噪声能力在一定程度上是通过多点积分来保证的.

由 $\hat{\Theta}$ 值及式 $\Theta = [T^2 \ 2\xi T \ K \ K\theta \ K\theta^2]^T$ 易得二阶加滞后模型参数值, 其中关于 K 和 θ 的方程有三个, 且是非线性的, 造成参数约束冗余. 解决方法是对非线性方程组两端取绝对值后再取对数, 得到线性化方程组

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \log |K| \\ \log |\theta| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \log |\hat{\Theta}(3)| \\ \log |\hat{\Theta}(4)| \\ \log |\hat{\Theta}(5)| \end{bmatrix}$$

再用最小二乘法解得 K 和 θ .

3 数值仿真分析

例. 考虑欠阻尼二阶加滞后对象 $G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} e^{-3s}$.

用本文算法与面积法进行比较, 分别用不同长度数据进行参数辨识, 选用时域和频域辨识误差评价标准, 频率特性相对误差的平均值只考虑 Nyquist 曲线相角为 0 到 $-\pi$ 的部分.

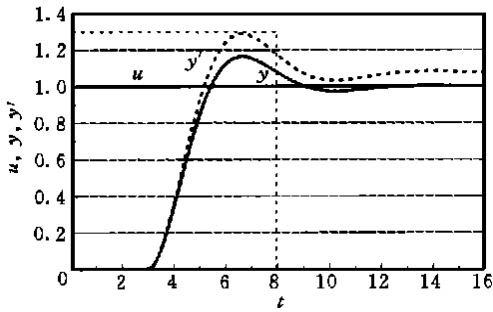
$$\epsilon = \frac{1}{n+1} \sum_{k=m}^{m+n} [y(kT_s) - \hat{y}(kT_s)]^2,$$

$$E = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left| \frac{\hat{G}(j\omega) - G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| \times 100\%.$$

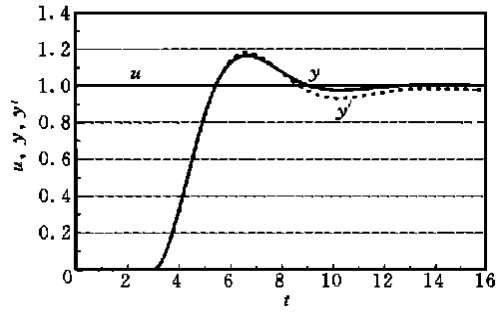
模型辨识结果及误差分析列于表 1, 辨识模型输出与仿真对象输出的拟合对比曲线见图 1 和图 2, 图中实线为仿真对象输出, 虚线为辨识所得模型的输出.

表 1 数据长度对本文方法和面积法辨识结果的影响比较

数据长度	本文方法			面积法		
	$\hat{G}_1(s)$	ϵ_1	$E_1(\%)$	$\hat{G}_2(s)$	ϵ_2	$E_2(\%)$
80	$\frac{1.0001e^{-2.9996s}}{1.0512s^2 + 1.0006s + 1}$	4.0×10^{-5}	1.0	$\frac{1.0746e^{-3.0s}}{1.0440s^2 + 0.9330s + 1}$	1.5×10^{-3}	10.0
100	$\frac{1.0000e^{-2.9992s}}{1.0516s^2 + 1.0008s + 1}$	4.0×10^{-5}	1.0	$\frac{0.9744e^{-3.0s}}{1.0750s^2 + 0.9180s + 1}$	2.8×10^{-4}	3.2
120	$\frac{1.0000e^{-2.9992s}}{1.0517s^2 + 1.0009s + 1}$	4.0×10^{-5}	1.0	$\frac{0.9926e^{-3.0s}}{0.8470s^2 + 0.9560s + 1}$	4.7×10^{-4}	3.8
140	$\frac{1.0000e^{-2.9991s}}{1.0517s^2 + 1.0009s + 1}$	4.0×10^{-5}	1.0	$\frac{1.0043e^{-3.0s}}{0.8710s^2 + 0.9560s + 1}$	3.3×10^{-4}	3.0
160	$\frac{1.0000e^{-2.9990s}}{1.0517s^2 + 1.0009s + 1}$	4.0×10^{-5}	1.0	$\frac{1.0004e^{-3.0s}}{0.9190s^2 + 0.9490s + 1}$	1.8×10^{-4}	2.6

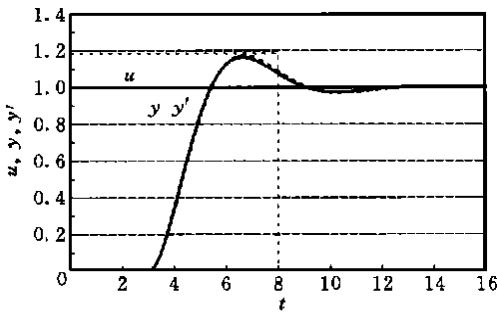


(a) 数据长度为80

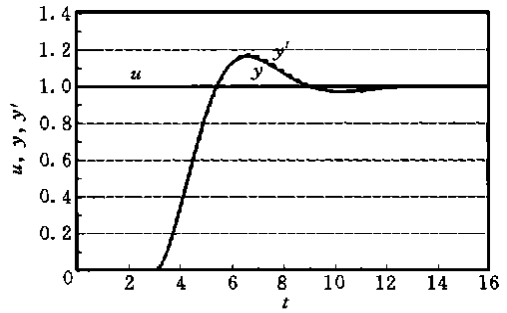


(b) 数据长度为160

图 1 面积法辨识模型的输出拟合曲线



(a) 数据长度为80



(b) 数据长度为160

图 2 本文方法辨识模型的输出拟合曲线

仿真对比表明本文方法的特点: 1) 直接得到模型传递函数参数, 无须经过其它转换, 辨识精度高, 时域误差和频域误差都较小; 2) 对数据长度不敏感, 即使选用未完全进入稳态的阶跃响应数据进行辨识, 仍能得到很好的辨识结果, 充分利用了过程的动态特性信息; 3) 将纯滞后时间常数构造在参数矩阵中, 可自动进行辨识。

参 考 文 献

- 1 Bi Q, Cai W J, Lee E L, Wang Q G, Hang C C, Zhang Y. Robust identification of first-order plus dead-time model from step response. *Control Engineering Practice*, 1999, 7(1): 71 ~ 77
- 2 Young P C. An instrumental variable method for real time identification of a noisy process. *Automatica*, 1970, 6(2): 271 ~ 287
- 3 Strejc V. Least squares parameter estimation. *Automatica*, 1970, 16(5): 535 ~ 550

王修中 男, 1973年生, 2000年在中国科学院自动化研究所获得工学硕士学位, 现在美国攻读博士学位. 研究兴趣为系统辨识、先进控制.

岳红 女, 1968年生, 1996年于华东理工大学自动化系获工学博士学位, 现为中国科学院自动化研究所副研究员. 主要从事工业过程控制、系统辨识、鲁棒控制等方面研究.

高东杰 见本刊 25 卷 3 期.